

Flux et circulation de $\vec{B}$ - Théorème d'Ampère

I Circulation de $\vec{B}$ - Théorème d'Ampère

- Dans le cas d'un contour fermé autour d'un fil :

La circulation de B sur le contour C :

$$\oint_C \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta = \mu_0 I$$

- Le contour C n'entoure pas le fil

$$\oint_C \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = 0$$

Théorème d'ampère :

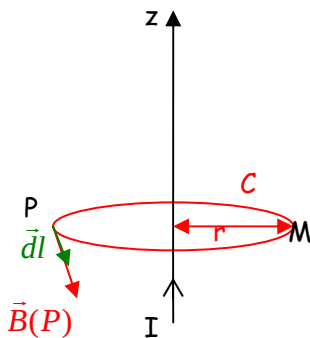
C : un contour fermé et orienté (sens de parcours)

$$\oint_C \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

$I_{\text{enlacé}}$ désigne la somme algébrique des courants intérieurs à C .

Application :

- Le fil infini



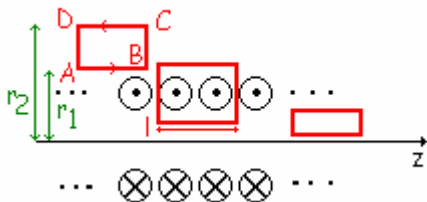
Invariance par rotation et translation d'axe (Oz). $\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$

Le plan contenant (Oz) et M est un plan de symétrie : $\vec{B}(M) = B(M)\vec{u}_\theta$

On applique le théorème d'Ampère sur la surface C (cercle d'axe (Oz) et de rayon r).

On trouve $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

- Solénoïde infini



Solénoïde circulaire d'axe Oz, de rayon a considéré comme infini parcouru par un courant I .

Invariance par rotation et translation d'axe (Oz)

Le plan contenant M et orthogonal à (Oz) est un plan de symétrie.

$$\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_z$$

On prend 3 cas (les 3 rectangles dessinés).

1^{er} cas : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

$$\rightarrow B(r_1) = B(r_2)$$

2^{ème} cas : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 n \times l \times I$

$n \times l$ = nombre de spires enlacés

$$\rightarrow B(r_1) - B(r_2) = \mu_0 n I$$

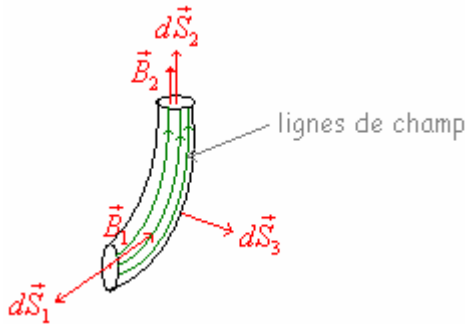
3^{ème} cas : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

$B_{\text{int}} = B(0) = \mu_0 n I$ d'où $B_{\text{ext}} = 0$

II Flux du champ magnétique

Exemple du fil infini

$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$; Surface : un boudin (une bouée)



(1) : $d\Phi_1 = \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 = -B(r) dS_1$

(2) : $d\Phi_2 = \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 = B(r) dS_2$

$d\Phi_1 + d\Phi_2 = 0$

(3) : surface = ensemble des lignes de champ

$\rightarrow d\vec{S}_3 \cdot \vec{B}_3 = 0$

D'où et après généralisation :

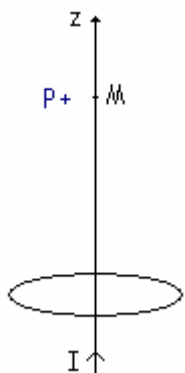
Le flux de B à travers une surface fermée S est nul :

$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

On dit que B est à flux conservatif

III Application

Calcul du champ B pour un point P situé proche de l'axe z.



Invariance par rotation d'axe (Oz)

Le plan contenant (Oz) et P est un plan d'antisymétrie

$\rightarrow \vec{B}(P) = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z$

En appliquant les théorèmes avant, on trouve $B_r(r, z) = \frac{-r}{2} \frac{dB_0(z)}{dz}$

Et $B_z(r, z) = B_0(z) - \frac{r^2}{4} \frac{d^2 B_0(z)}{dz^2}$